

文章编号: 1000-7598-(2007)06-1133-06

路堤荷载下柔性桩复合地基沉降实用计算方法

章定文, 刘松玉

(东南大学 岩土工程研究所, 南京 210096)

摘要: 根据等应变假设得到的复合地基加固区复合模量计算公式与实际路堤荷载下柔性桩桩土间的非等应变事实不符, 因此, 路堤荷载下复合模量法计算的沉降量多小于实测值。通过二维有限元方法分析了路堤荷载下复合地基变形特性。采用分层总和法反算加固区复合模量, 提出了复合模量计算修正方法; 并通过参数分析得到了各主要影响因素对复合地基加固区变形特性的影响; 对比桩体设置前后下卧层变形差异, 对下卧层沉降计算方法进行修正。由此建立了有限元方法与工程实用的分层总和法之间的联系, 将有限元方法实用化, 分别得到了路堤荷载下柔性桩复合地基加固区和下卧层的沉降实用计算方法。实例计算证明了所推荐方法的有效性。

关键词: 柔性桩; 复合地基; 复合模量; 路堤; 沉降; 有限元方法

中图分类号: TU 472.3

文献标识码: A

Practical method for settlement calculation of flexible columns composite foundation under embankment

ZHANG Ding-wen, LIU Song-yu

(Institute of Geotechnical Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The traditional calculating method of composite modulus is based on the assumption of the displacement compatibility between the flexible columns and the surrounding soil. However, case histories of embankment on ground improved by flexible columns revealed that the magnitude of the settlement of surrounding soil is often larger than that of flexible columns. The traditional composite modulus method may under-estimate the settlement of composite foundation under embankment. A two dimension finite element method (FEM) is adopted to capture the displacement incompatibility between the flexible columns and the surrounding soil under embankment and to investigate the factors influencing the settlement of composite foundation. The composite modulus of reinforced zone is back-analyzed by the layer-wise summation method. Comparison of the deformation of substratum before and after flexible columns installation yields the modified calculating method for settlement of substratum. Hence, the FEM is related with the layer-wise summation method. A practical calculating method of settlement of reinforced zone and substratum is put forward, respectively. A case study is also presented for verifying the validity of the proposed method.

Key words: flexible columns; composite foundation; composite modulus; embankment; settlement; finite element method (FEM)

1 引言

在柔性桩复合地基沉降计算中, 通常把复合地基沉降量分为加固区压缩量(记为 S_1)和下卧层压缩量(记为 S_2)两部分。加固区压缩量计算通常采用复合模量法, 常用的复合模量 E_{sp} 计算式为 $E_{sp} = (1-m)E_s + mE_p$, 其中 E_p 为桩体的压缩模量; E_s 为桩间土压缩模量; m 为桩体面积置换率。该式是在等应变假设下采用面积加权法得到, 但路堤荷载下, 桩土变形并不协调, 桩土间存在差异沉降, 不满足

等应变假设^[1]; 且该式也没有考虑桩土相互作用、群桩间的相互作用, 无法反映桩长、端阻效应等因素的影响。吴慧明^[2]通过有限元分析证实, 在刚性基础下复合模量法具有较强的适用性, 但在柔性基础下复合模量法计算结果明显偏小。对于路堤等柔性荷载下, 复合模量的求解至今还没有切合工程实际的方法。另外, 桩体的设置在一定程度上改变了下卧层中附加应力场和位移场, 常用的下卧层沉降计算方法并没有考虑这一因素, 因此, 其计算结果有一定的误差。

收稿日期: 2005-08-30

修改稿收到日期: 2006-01-08

基金项目: 教育部博士点基金资助项目 (No. 2001028618); 东南大学优秀博士学位论文基金项目 (No. YBJJ0603)。

作者简介: 章定文, 男, 1978年生, 博士研究生, 主要从事路基工程、特殊土加固等方面研究。E-mail: dwzhang0123@163.com

有限元方法可以反映路堤荷载下复合地基桩土间非等应变等特性,但其采用的模型涉及参数较多,且不易确定,导致该方法难为一般工程技术人员所采用,故在实际工程中未得到普及。

本文考虑建立有限元方法与分层总和法之间的联系,将有限元方法实用化。首先通过二维有限元方法分析路堤荷载下柔性桩复合地基的变形特性,然后根据分层总和法反算加固区的复合模量,提出加固区复合模量修正计算公式。另外,对比桩体设

置前后下卧层的变形差异,对下卧层沉降计算式进行修正。据此将有限元方法与分层总和法联系起来,得到路堤荷载下柔性桩复合地基沉降实用计算方法。

2 加固区沉降计算

2.1 复合模量计算方法研究现状

表 1 汇总了国内外关于复合模量确定的主要计算方法。

表1 复合模量计算方法汇总
Table 1 Approaches used in calculating composite modulus

公式序号	计算公式	参数注释	出 处
1	$E_{sp} = (1-m)E_s + mE_p$	E_p 为桩体压缩模量; E_s 为桩间土压缩模量; m 为桩体面积置换率。	规范 ^[3]
2	$E_{sp} = mE_p + (1-m)E_s + C$	$C = \frac{4(v_p - v_s)^2 K_p K_s G_s (1-m)m}{[mK_p + (1-m)K_s]G_s + K_p K_s}$; $K_p = \frac{E_p}{2(1+v_p)(1-2v_p)}$; $K_s = \frac{E_s}{2(1+v_s)(1-2v_s)}$; $G_s = \frac{E_s}{2(1+v_s)}$; v_p 为桩体泊松比; v_s 为桩间土泊松比。	张土乔(1992年) ^[4]
3	$E_{sp} = \frac{(b-1)m+1}{bm/E_p + (1-m)/E_s}$	$b = (E_p/E_s)^q$, q 值根据加固体在土体中的分布方式不同取值也不同,可以通过各方向上取不同的 q 值来考虑各向异性的情况。	Omine和 Ohnor(1997年) ^[5]
4	$E_{sp} = \alpha_1 E_p + \alpha_2 E_s$	$\alpha_1 = \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2\right] \left\{ \sum_{i=1}^{k-1} \left[1 - \left(\frac{r_0}{r_i}\right)^2\right] + 1 \right\}$; $\alpha_2 = \left[1 - \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^2\right]^k$; r_0 为桩体半径; r_1 为 1/2 桩间距; r_2 为桩间距; k 为和某桩相邻的群桩中其作用可以覆盖于整个影响区域的共有桩组数,三角形布桩时, $k=2$ 。	徐洋等(2001年) ^[6]
5	$E_{sp} = \beta_0(1-m)E_s + mE_p$	β_0 为桩体模量调节系数, $\beta_0 = \lambda(\lambda \text{th} \lambda + \gamma)/(\gamma \text{th} \lambda + \lambda)$; $\lambda = L\sqrt{k_1/A_p E_p}$; $\gamma = k_2 L/A_p E_p$; A_p 为桩体横截面积; k_1 为桩间土刚度; k_2 为桩端土刚度。	王凤池(2003年) ^[7]
6	$E_{sp} = (1-m)E_1 + mE_p$; $E_{sp} = \frac{E_2 A_s + E_p A_p}{1 + A_s \sigma_0 (E_2/E_1 - 1)/P}$	桩间土屈服前采用第1式,桩间土屈服后采用第2式, σ_0 为桩间土屈服应力; E_1 为屈服前模量; E_2 为屈服后模量。	郑俊杰(2003年) ^[8]

由表可知:规范^[3]因为计算方法简单且有一定精度,到目前为止仍被广泛使用。在刚性基础下该法具有较强的适用性,但在柔性基础下,其沉降计算结果明显偏小。为此,张捷(1995年)^[9]基于桩土相互作用及桩、土的非线性,建议在规范计算公式的右端乘一个修正系数,其值介于0.9~1.0之间。宋修广(2002年)^[10]指出,粉喷桩施工时的挤土作用和高压喷灰的渗透作用使得桩间土性质与原状土相比有所提高,因此,计算复合模量时需考虑桩体施工对桩间土性质影响。

张土乔(1992年)^[4]采用弹性力学理论方法,假设桩土等应变,根据复合地基总应变能等于桩体应变能和桩间土应变能之和的原理得到复合模量计算公式(表1)。室内试验结果表明,其计算结果较规范^[3]计算结果更接近实测值。

Omine 和 Ohnor(1997年)^[5]基于三维情况下的双重介质复合模型得到复合模量的计算式(表1)。当 $q=1$ 时,该式和规范^[3]中公式相同。

徐洋等(2001年)^[6]提出了同时考虑群桩间相互作用和沉桩过程对桩间土影响的复合模量计算式(表1)。

王凤池(2003年)^[7]等采用弹性力学理论方法,基于水泥土桩荷载传递特性,推导出水泥土搅拌桩复合地基的复合模量的表达式(表1)。计算结果表明,桩体强度并不能充分发挥,实际应用中需引入桩体强度调节系数 β_0 。

郑俊杰(2003年)^[8]根据最小势能原理及桩土变形协调条件推导了复合模量的表达式(表1)。桩间土屈服前,计算式同规范^[3],桩间土屈服后,复合模量与桩间土屈服前后的模量比值及荷载大小有

关。邓永锋等(2005年)^[11]也得到了相似的计算式。

这些复合模量计算方法都没有考虑路堤荷载的柔度特性,无法反映桩土变形的非协调性。工程实例证明^[1],在路堤柔性荷载下,桩间土沉降常大于桩体沉降,桩体上部一定范围内出现负摩阻力,负摩阻力的存在将会增加桩体轴力,从而增大桩体变形,因此,路堤荷载下沉降计算中忽略桩土间的差异沉降是不合适的。

2.2 有限元方法实用化

2.2.1 有限元方法实用化思路

(1) 采用分别设置柔性桩单元、桩周土单元、桩端土单元和桩土接触面单元的二维有限元方法计算路堤荷载下复合地基加固区压缩量和下卧层压缩量。

(2) 将加固区均质化,根据分层总和法反算加固层复合模量 E_{sp} 。采用下式对常用的复合模量进行修正,得到修正系数 α :

$$E_{sp} = (1 - m^\alpha) E_s + m^\alpha E_p \quad (1)$$

当 $\alpha = 1$ 时,与规范^[3]公式相同(见表1)。Ou等(1996年)^[12]曾采用类似的表达式分析了加固土复合体的抗弯刚度特性。

(3) 通过有限元参数分析探讨修正系数 α 随主要影响因素的变化规律,从而确定 α 的取值方法,得到实用的柔性桩复合地基加固区压缩量计算方法。

(4) 对比桩体设置前后下卧层的变形差异,对下卧层沉降计算式进行修正。

2.2.2 有限元计算模型

有限元计算中采用如下假设:路堤荷载足够长,故按平面应变问题处理;桩体简化为连续墙体,墙体等效模量按照面积加权均一化的原则等效^[13];墙(桩)土间设置接触面单元,模拟路堤荷载下墙(桩)土变形不协调;地下水位在地表以下 2.0 m,地下水以下土体采用 Biot 固结理论分析其沉降过程。

根据路堤结构的对称性,取右半部分进行计算。半幅路堤顶面宽为 13 m,边坡斜率为 1:1.5。地基竖向计算深度取 30 m,横向计算宽度取 60 m。地表 2 m 为硬壳层,考虑桩体施工的破坏作用,在加固范围内不考虑硬壳层的作用,其计算参数与其下的软土层相同,加固区范围以外考虑硬壳层的作用。硬壳层以下为 13.0 m 厚的软土层,软土层以下为下卧层。地基土采用修正剑桥模型,其参数取值见表2。地表铺设 50 cm 砂垫层,其上进行路堤填土,砂垫层和路堤填土均采用邓肯-张模型,其参数取值见

表3。连续墙体采用线弹性模型。

边界条件为:左边界为对称轴,则竖向自由,水平约束,不排水;下边界竖向和水平均固定,不排水;右边界竖向自由、水平固定,不排水;上边界竖向和水平均自由,排水。

表2 地基土计算参数
Table 2 Parameters of soils

土层	OCR	λ	κ	μ	Γ	M	$k_x = k_y / 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{d}^{-1}$
硬壳层		0.08	0.016	0.35	2.0	1.0	5
软土层	1.2	0.2	0.04	0.35	2.2	0.9	0.4
下卧层	1.5	0.024	0.005	0.30	1.7	1.0	1.6

注:OCR为超固结比; λ 为初始压缩曲线斜率; κ 为回弹曲线斜率; μ 为泊松比; Γ 为压力为1.0 kPa时的土体比容; M 为临界状态线斜率; k_x 为水平向渗透系数; k_y 为竖向渗透系数。

表3 砂垫层与路堤填料计算参数
Table 3 Parameters of sand mat and embankment fill

路基	$\gamma / \text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	K	n	R_f	c / kPa	$\varphi / (^\circ)$	μ	$k_x = k_y / \text{m} \cdot \text{d}^{-1}$
砂垫层	21.0	200	0.4	0.9	0	32	0.25	1
路堤	20.0	150	0.4	0.9	30	28	0.30	1

注: γ 为土体重度; K 和 n 分别为 $\lg(E/p_a)$ 与 $\lg(\sigma_3/p_a)$ 曲线的截距与斜率; R_f 为破坏应力比; c 为土体黏聚力; φ 为土体内摩擦角。

2.2.3 修正系数 α 的确定方法

根据有限元方法计算结果,取地表处距路堤中心最近的桩间土单元平均压缩量作为加固区压缩量 S_1 。采用分层总和法反算加固区的压缩模量 E_{sp} ,再根据式(1)确定修正系数 α 。

式(1)中假定 $E_p = 50 \text{ MPa}$,桩间土 $E_{s1} = 2.3 \text{ MPa}$,分别取面积置换率 $m = 7.5\%$, 12.5% , 17.5% ,得到修正的复合模量与 α 的关系如图1所示。可见,随 α 的增加,修正的复合模量降低,当 α 大于 1.0 时,修正的复合模量小于规范^[3]计算的复合模量。

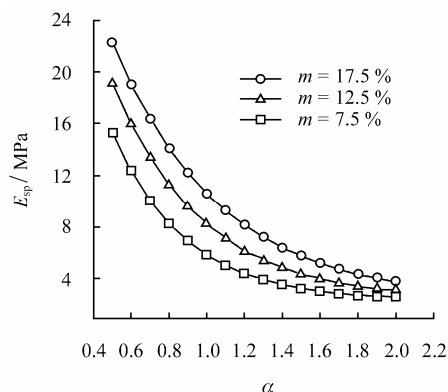


图1 复合模量 E_{sp} 与 α 的关系

Fig.1 Relationship between E_{sp} and parameter α

2.3 计算结果及讨论

为了分析各影响因素对加固区压缩量的影响,在其他因素不变的情况下,变化该参数,分析其影响。基本工况的计算参数如下:硬壳层 2 m,软土层 13 m,桩体打穿软土层,桩长 15 m,桩径 0.5 m,正方形布置,桩间距 1.5 m,桩体压模缩量 $E_p = 50$ MPa,桩间土压缩模量 $E_{s1} = 2.3$ MPa,桩端间土压缩模量 $E_{s2} = 10$ MPa,路堤填高 4.0 m(包含 0.5 m 砂垫层)。

2.3.1 桩体压缩模量的影响

桩体压缩模量对加固区压缩量的影响见图 2。可见,所有情况下考虑桩体压缩模量影响的修正系数 α_1 均大于 1.0,这说明路堤荷载下加固区实际的复合模量均小于按规范^[3]计算的结果,桩体和桩间土并不能同时达到极限状态。按照规范^[3]计算的复合模量高估了桩体的作用,计算沉降量偏小,偏于不安全。随着桩体模量的增大, α_1 先减少后增加,这表明桩体模量并非越大越好,存在一个临界值,其值约在 50~100 MPa 左右。桩体模量超过临界值后,实际的桩体强度发挥度越来越小,这和王凤池(2003 年)^[7]和邓永锋(2005 年)^[11]采用桩体模量调节系数或桩体强度发挥系数的研究成果是一致的。

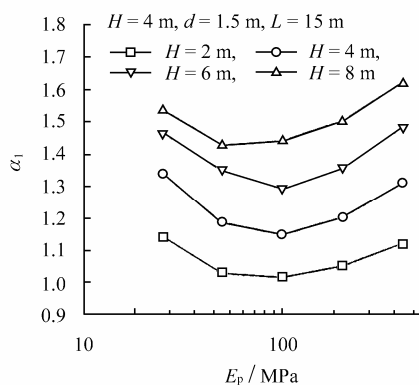


图2 桩体模量的影响

Fig.2 Influence of modulus of DM columns

2.3.2 桩体面积置换率的影响

不同桩体模量时面积置换率 m 与 α 的关系见图 3。可见,填土高度一定时,随着 m 的增大,考虑桩体面积置换率影响的修正系数 α_2 随之减小,这说明加固区复合模量越接近于按规范^[3]计算的复合模量;当面积置换率达到 19.6 %时, α_2 甚至小于 1.0,加固区实际复合模量略大于规范^[3]的计算值。这是因为随着桩间距的减少,桩土相互作用增强,同时群桩间相互作用也增加的缘故^[6]。且桩体模量较低时,随 m 的增大, α_2 随之降低的趋势更加明

显。随着 m 的增大,3 种桩体模量时的 α_2 趋于一致。

2.3.3 路堤高度的影响

不同桩间距时路堤高度与 α 的关系见图 4。从图可以看出,随着路堤高度增加,考虑其影响的修正系数 α_3 也随之增加。路堤高度较小时,桩土共同承担荷载,桩土协同变形,加固区压缩量较小,表现为修正系数 α_3 接近于 1.0。随着路堤高度增加,桩体出现上下刺入,桩间土沉降大于桩体沉降,桩土间出现差异沉降,桩土变形不满足“等应变”假设,土体出现较大塑性变形,桩体效应并不能充分发挥,从而加固区压缩量增大,因此修正系数 α_3 随之增加。此时按照规范^[3]计算的复合模量高估了桩体的作用,计算沉降量偏小,工程偏于不安全。

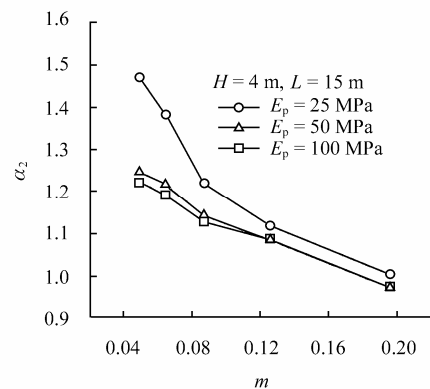


图3 桩体面积置换率的影响

Fig.3 Influence of improvement ratio of DM columns

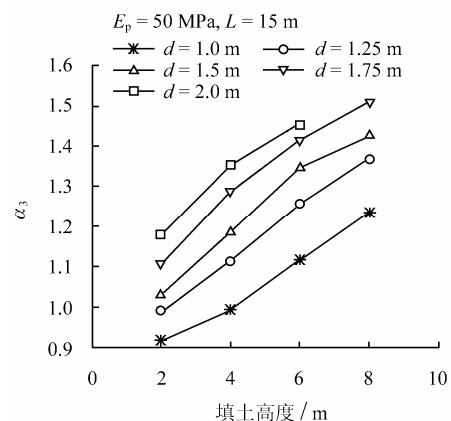


图4 路堤高度的影响

Fig.4 Influence of height of embankment

2.3.4 加固区厚度的影响

地表硬壳层厚 2 m,软土层厚 13 m,软土层以下为硬黏土层,分别计算桩长为 5, 7, 10, 12, 15 m 时修正系数 α 的变化情况。从图 5 可以看出,随着加固区厚度 L 增加,未加固软土层厚度减少,考虑加固区厚度影响的修正系数 α_4 也随之明显降

低。特别是桩长小于 10 m 时, 桩体向下的刺入明显, 桩土出现明显的不协调变形, α_4 取值较大, 可见加固区厚度是影响加固区压缩模量的最主要因素。因此, 加固软土层时, 应该尽可能的打穿软土层, 减少桩体向下卧层的刺入变形, 从而减少加固区的压缩量。

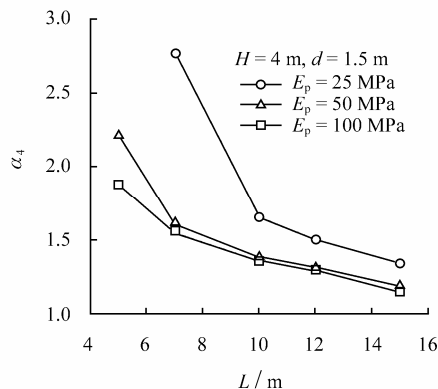


图5 加固区厚度的影响

Fig.5 Influence of thickness of reinforced zone

2.3.5 下卧层压缩性的影响

从图 6 可以看出, 随着下卧层压缩指数 C_c 的增加, 考虑其影响的修正系数 α_5 也随之近似线性增加。这是因为下卧层土体压缩性增大时, 桩体更容易产生向下卧层的刺入, 桩体效应得不到充分发挥, 从而增加了加固区的压缩量。但是, 和上述其他因素相比, 下卧层压缩性对加固区压缩量的影响相对较小。

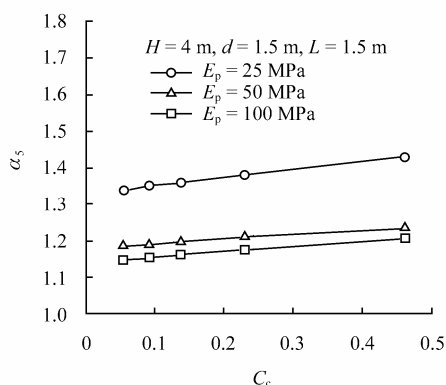


图6 下卧层压缩性的影响

Fig.6 Influence of compressibility of substratum

从上述分析可以得到不同因素对加固区复合模量的影响程度。相对而言, 加固区厚度、面积置换率、填土高度及桩体模量对 α 的影响较大, 下卧层压缩性的影响相对较小。当桩体打穿软土层、路堤荷载较小、且桩间距也较小时, 规范^[3]计算的复合模量和有限元计算结果接近, 随着未加固软土层厚

度、路堤荷载及桩间距的增大, 规范^[3]计算的复合模量明显偏大, 计算沉降量偏小。

2.4 加固区实用沉降计算方法

以基本计算工况为参考值, 根据上述计算结果, 针对主要影响因素对复合模量进行修正, 根据式 (1) 可以得到修正的复合模量, 从而可以计算路堤荷载下柔性桩复合地基加固区的压缩量。

3 下卧层压缩量计算

准确计算下卧层的压缩量的前提是把握下卧层中的附加应力场和附加位移场的分布规律。有限元计算结果显示, 桩体将所分担的部分荷载向下卧层传递, 使下卧层中的附加应力大于相应的天然地基中的附加应力。李海芳(2004年)^[14]和杨涛(2003年)^[15]分别通过二维和三维有限元模拟分析也得到了相似的结论。在工程实用的桩体设计参数(桩长、置换率、桩体模量)情况下, 可以采用下式估算下卧层压缩量:

$$S_2 = \lambda S_{20} \quad (2)$$

式中: S_{20} 为相应天然地基下卧层范围的压缩量, 可采用分层总和法计算; λ 为扩大系数, 根据本文有限元分析结果, 建议取值 1.03~1.05。相对而言, 下卧层的沉降计算误差远小于加固区的沉降计算误差。

4 实 例

南京—南通一级公路引河大桥桥头和过渡段软土较厚, 采用二灰土桩处理。试验断面 k102+990 处路堤高度为 4.76 m, 重度 $\gamma = 19$ kN/m³, 面积置换率 $m = 6.86\%$, 桩长 $L = 6$ m, $E_p = 33.9$ MPa, 现场地质条件可参考文献[16]。根据上述的分析方法, 与基本工况对比, 采用内插法或者外延法分别对各影响因素就加固区压缩模量的影响进行修正, 计算结果见表 4。从表可以看出, 规范^[3]计算方法高估了桩体的作用, 计算加固区压缩量结果偏小。本文的计算结果与现场实测值接近, 采用本文的算法可满足工程要求。

表4 计算沉降量与实测值的比较

Table 4 Comparison between calculated and measured settlements

计算方法	复合模量法	本文方法	实测结果
加固区压缩量/mm	98	137	157
下卧层压缩量/mm	324	340	330
总压缩量/mm	422	477	487

5 结 语

常用的复合模量计算公式 $E_{sp} = (1-m)E_s + mE_p$, 不能反映柔性荷载下桩土间的非协调变形, 没有考虑群桩间的相互作用、桩土相互作用, 因此采用该式计算的沉降量往往较实测值偏小。为此, 通过有限元方法分析了路堤荷载下柔性桩复合地基的变形特性, 得到了加固区和下卧层的压缩量。通过分层总和法反算加固区压缩量, 并提出采用 $E_{sp} = (1-m^a)E_s + m^a E_p$ 对加固区复合模量进行修正; 当桩体打穿软土层、路堤荷载较小且桩间距也较小时, 规范^[3]计算的复合模量和有限元计算结果接近, 随着未加固软土层厚度、路堤荷载及桩间距的增大, 规范^[3]计算的复合模量明显偏大, 计算沉降量偏小。有限元计算表明桩体设置增加了下卧层的压缩量, 建议采用 $S_2 = \lambda S_{20}$ 计算下卧层压缩量。由此建立了有限元方法与分层总和法之间的联系, 得到了适合于路堤荷载下柔性桩复合地基沉降实用计算方法。实例计算结果表明, 规范^[3]计算方法高估了桩体的作用, 计算加固区压缩量结果偏小; 采用本文推荐方法的计算结果与现场实测值更接近。

参 考 文 献

- [1] Bergado D T, Noppadol Phien-wej, Glen A Lorenzo. Bearing and compression mechanism of DMM pile supporting reinforced bridge approach embankment on soft and subsiding ground[A]. 16th **International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering**[C]. Rotterdam: Mill Press, 2005. 1 149—1 153.
- [2] 吴慧明, 陈洪, 候涛. 现行复合地基沉降理论在不同刚度地基中的应用[J]. 土工基础, 2004, 18(1): 16—19.
WU Hui-ming, CHEN Hong, HOU Tao. Investigation of the composite subgrade settlement theory in effect applied to composite subgrade under different rigidities foundations[J]. **Soil Engineering and Foundation**, 2004, 18(1): 16—19.
- [3] JGJ79-2002, 建筑地基处理技术规范[S].
- [4] 张士乔. 水泥土的应力应变关系及搅拌桩破坏特性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 1992.
- [5] Omine K, Ohno S. Deformation analysis of composite ground by homogenization method[A]. **Proceedings of the Fourteenth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**[C]. Rotterdam: Balkema A A, 1997. 719—722.
- [6] 徐洋, 卢廷浩, 董海洲, 等. 考虑沉桩及群桩间相互影响的复合模量计算方法[J]. 岩土力学, 2001, 22(4): 486—489.
- XU Yang, LU Ting-hao, DONG Hao-zhou, et al. Method of calculating modulus of composite foundation with pile-sinking and interaction of piles considered[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2001, 22(4): 486—489.
- [7] 王凤池, 朱浮声, 王晓初. 复合地基复合模量的理论修正[J]. 东北大学学报, 2003, 24(5): 491—494.
WANG Feng-chi, ZHU Fu-sheng, WANG Xiao-chu. Theoretical analysis of the modulus of construction composite foundation[J]. **Journal of Northeastern University**, 2003, 24(5): 491—494.
- [8] 郑俊杰, 区剑华, 袁内镇, 等. 一种求解复合地基压缩模量的新方法[J]. 铁道工程学报, 2003, (1): 117—120.
ZHENG Jun-jie, QU Jian-hua, YUAN Nei-zhen, et al. A new way to calculate modulus of compressibility of composite foundation[J]. **Journal of Railway Engineering Society**, 2003, (1): 117—120.
- [9] 张捷. 地基处理中双层地基的应力与变形分析[D]. 上海: 同济大学, 1995.
- [10] 宋修广, 郭宗杰, 刘金章. 粉喷桩复合地基的数值计算分析[J]. 岩土力学, 2002, 23(4): 494—497.
SONG Xiu-guang, GUO Zong-jie, LIU Jin-zhang. Numerical analysis of dry jet mixing pile composite foundation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(4): 494—497.
- [11] 邓永锋, 刘松玉, 洪振舜. 水泥土搅拌桩复合地基变形模量确定的一种新方法[J]. 公路交通科技, 2005, 22(3): 13—16.
DENG Yong-feng, LIU Song-yu, HONG Zhen-shun. A new method for calculating deformation modulus of DJM composite foundation[J]. **Journal of Highway and Transportation Research and Development**, 2005, 22(3): 13—16.
- [12] QU Chang-Yu, WU Tzong-Shiann, Hsii-Sheng Hsieh. Analysis of deep excavation with column type of ground improvement in soft clay[J]. **Journal of Geotechnical Engineering, ASCE.**, 1996, 122(9): 709—716.
- [13] DENG Yong-feng, LIU Song-yu, HONG Zhen-shun. Optimal column modulus of deep mixed column foundations under embankments[J]. **ASCE Geotechnical Special Publications**, 2006, 152: 9—16.
- [14] 李海芳. 路堤荷载下复合地基沉降计算方法研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2004.
- [15] 杨涛. 柔性基础上复合地基下卧层沉降特性的数值分析[J]. 岩土力学, 2003, 24(1): 53—56.
YANG Tao. Numerical analysis of settlement characteristics of underlying soil layer of composite ground under flexible foundation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(1): 53—56.
- [16] 杨涛. 复合地基沉降计算理论、位移反分析模型和二灰土桩软基加固试验研究[D]. 南京: 河海大学, 1997.